

2020 考前高等数学模拟 4

一、单项选择题 (本大题共 20 题, 每小题 4 分, 共 80 分)

1、已知  $f(x-1)$  的定义域为  $[-2,3]$ , 则  $f(2x-3)$  定义域为( )

- A.  $[0, \frac{5}{2}]$ ; B.  $[-5,5]$ ; C.  $[-5,1]$ ; D.  $[1,+\infty)$ .

2、设  $f(x) = \arctan(\tan x)$ , 则( )

- A.  $f(x) = x, x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ; B.  $f(x) = x, x \in R$ ;  
C.  $f(x) = x^2, x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ; D.  $f(x) = x^2, x \in R$

3、下列极限存在的是( )

- A.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \sqrt{1 + \sin^2 x}}$ ; B.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x$ ;  
C.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$ ; D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$ .

4、下列极限中正确的是( )

- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$ ; B.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{1}{x})^x = e$ ;  
C.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$ ; D.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^x = e$ .

5、若函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{k \sin x}{x}, & x \neq 0 \\ x^2 + 2, & x = 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续, 则  $k =$  ( )

- A. 2; B. 1; C. 0; D. 3.

6、设函数  $f(x) = x^2(x-1)(x-2)$ , 则  $f'(x)$  的零点个数为[ ]

- A. 0; B. 1; C. 2; D. 3.

7、曲线  $y = x^2 + x$  上过点  $(1,2)$  的切线方程是( )

- A.  $y = 3x - 1$ ; B.  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{27}{13}$ ; C.  $y = 4x - 2$ ; D.  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$ .

8、 $f(x)$  在  $x = x_0$  处的可微, 是  $f(x)$  在  $x = x_0$  处连续的( )

- A. 充分且必要条件; B. 必要非充分条件;  
C. 充分非必要条件; D. 既非充分又非必要条件.

9、若  $f(u)$  可导, 且  $y = f(e^x)$ , 则有  $dy =$  ( )

- A.  $f'(e^x)e^x dx$ ; B.  $f'(e^x)dx$ ; C.  $[f(e^x)]'de^x$ ; D.  $[f(e^x)]'e^x dx$ ;

10、函数  $f(x)$  在  $x_0$  处连续是  $f(x)$  在  $x_0$  处可导的( )

- A. 必要条件; B. 充分条件; C. 充要条件; D. 既非充分又非必要条件.

11、 $f''(x_0) = 0$  是函数  $f(x)$  的图形在  $x = x_0$  处有拐点的( )

- A. 既非充分又非必要条件; B. 必要非充分条件;  
C. 充要条件; D. 充分不必要条件.

12、曲线  $y = x^3 - 3x$  的拐点坐标为( )

- A.  $(-1,2)$ ; B.  $(0,0)$ ; C.  $(1,-2)$ ; D.  $(\sqrt{3},0)$ .

13、 $f(x)$  的导函数为  $\cos x$ , 则下列选项中是  $f(x)$  的原函数的是( )

- A.  $2x - \cos x$ ; B.  $2x + \cos x$ ; C.  $2x - \sin x$ ; D.  $2x + \sin x$ .

14、定积分  $\int_a^b f(x)dx$  是( )

- A.  $f(x)$  的一个原函数; B.  $f(x)$  的全体原函数;  
C. 任意常数; D. 确定常数.

15、若  $S_1 = \int_1^2 x^2 dx, S_2 = \int_1^2 \frac{1}{x} dx, S_3 = \int_1^2 e^x dx$ , 则  $S_1, S_2, S_3$  的大小关系为( )

- A.  $S_1 < S_2 < S_3$ ; B.  $S_2 < S_1 < S_3$ ;  
C.  $S_2 < S_3 < S_1$ ; D.  $S_3 < S_2 < S_1$

16、 $d(\int \cos x dx) =$  ( )

- A.  $\cos x dx$ ; B.  $-\sin x dx$ ; C.  $\sin x dx$ ; D.  $-\cos x dx$ .

17、若积分  $\int_0^2 kx(1+x^2)^{-2} dx = 32$ , 则  $k =$  ( )

- A. 80; B. -80; C. 40; D. -40.

18、由曲线  $y = \sqrt{x}$ , 直线  $y = x - 2$  及  $y$  周所围成的图形的面积为( )

- A.  $\frac{10}{3}$ ; B. 4; C.  $\frac{16}{3}$ ; D. 6.

19、下列方程, 属于一阶线性微分方程的解是( )

- A.  $y' + y \sin x = e^x$ ;                      B.  $yy' = x$ ;  
 C.  $y^2 + xy = 0$ ;                              D.  $xy' + y^2 = 0$ .

20. 下列函数是微分方程  $y'' + 2y' + y = 0$  的是( )

- A.  $y = e^t$ ;              B.  $y = e^{-t}$ ;              C.  $y = te^t$ ;              D.  $y = t^2e^t$ .

**二、计算题 (本大题共 5 题, 每小题 10 分, 共 50 分)**

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos^2 x}{x^2} \right)$

3. 设  $y = \sqrt{\frac{(x+1)(x+2)}{(x+3)(x+4)}}$ ,  $x > -1$ , 求  $\frac{dy}{dx}$

4.  $\int x^2 \sin x dx$

5. 求微分方程  $(x^2y - 2xy)dx + xdy = 0$  的通解

**三、应用题 (共 2 题, 每小题 20 分, 共 40 分)**

1. 要造一个容积为  $32\pi$  立方米的圆柱形容器, 其侧面积与上底面用同一种材料, 下底面用另一种材料, 已知下底面材料每平米 3 元, 侧面材料每平米 1 元, 问该容器的底面半径  $r$  与高  $h$  各为多少 时, 造这个容器所用的材料费最省?

2. 已知曲边三角形由  $y^2 = 2x$ 、 $x = 0$ 、 $y = 1$  所围成, 求:

(1)、曲边三角形的面积;

(2)、曲边三角形绕  $x$  轴旋转一周的旋转体体积.

**四、证明题 (共 2 题, 每小题 15 分, 共 30 分)**

1. 当  $x > 0$  时,  $\frac{x}{\sqrt{1+x}} > \ln(1+x)$

2. (1) 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 证明:  $\int_a^b f(a+b-x)dx = \int_a^b f(x)dx$

(2) 证明  $\int_0^a x^3 f(x^2)dx = \frac{1}{2} \int_0^{a^2} xf(x)dx$

单项选择题答案

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

---

11	12	13	14	15
16	17	18	19	20



鸿鹄志教育